EXAMEN DE LOGIQUE
VENDREDI 10 JUIN 2005

COURS 09PHI20 / J.-P. CALVI

Les exercices sont indépendants. Le barême (approximatif) est I : 5 pts, II : 3 pts, III : 1 pt, IV : 2 pts, V : 2pts et VI : 8 pts. Aucun document n'est autorisé.

I
Questions de cours

(1) Les opérateurs NON, ET, OU. Expliquer et justifier l'affirmation suivante : il est théoriquement possible de se passer de l'opérateur **OU** pour ne conserver que les opérateurs **NON** et **ET**.
(2) Présenter un ou plusieurs exemples tirés de la vie quotidienne faisant apparaître une confusion entre condition nécessaire et condition suffisante.
(3) Relations d'équivalence. Définition et exemples. Expliquer sur un ou plusieurs exemples la notion de classe d'équivalence.

II

(1) Symboliser la phrase suivante : "*Seuls les médecins peuvent prescrire des médicaments*" en utilisant x pour désigner un individu quelconque, Ax pour 'x est un médecin', Bx pour 'x peut prescrire des médicaments'. Justifier votre réponse.
(2) Donner une simplification de la *négation* de la formule trouvée à la question précédente.
(3) Trouver une phrase du langage ordinaire dont la symbolisation serait :

$$(\forall x)(Cx \,\mathbf{ET}\, \mathbf{NON}\, Dx).$$

III

Donner un exemple d'emploi de *modus tollens* dans la vie quotidienne.

IV

On considère la formule ϕ définie par

$$\phi = ((p \vee \neg q) \implies (r \wedge t)).$$

(1) Donner la table de vérité de ϕ. Est-elle une tautologie?

Licence de Philosophie (2-ième année), *Université de Toulouse Le Mirail (Toulouse II)*. Année scolaire 2004-2005.

(2) Remplissez (en justifiant votre réponse) les $\boxed{?}$ ci-dessous en sorte que la formule ψ obtenue soit équivalente à ϕ

$$\psi = \Big(\neg\boxed{?} \wedge \boxed{?}\Big) \vee \Big(\boxed{?} \wedge \boxed{?}\Big).$$

V

Montrer de deux manières différentes que la formule

$$(p \implies q) \iff (\neg q \implies \neg p)$$

est une tautologie.

VI

Dans cette partie, on considère les déductions élémentaires (valides) suivantes

- *modus ponens*,
- *modus tollens*,
- *transitivité des conditionnelles*,
- *Absorption* (lorsque on a $p \to q$ on peut déduire $p \to (p\,\mathbf{ET}\,q)$),
- *simplification* (de $p\,\mathbf{ET}\,q$ on peut déduire p),
- *addition* (si on a p on peut déduire $p\,\mathbf{OU}\,q$),
- *conjonction* (si on p et q on peut déduire $p\,\mathbf{ET}\,q$),
- *syllogisme disjonctif* (si on a $p\,\mathbf{OU}\,q$ et $\mathbf{NON}\,p$ on peut déduire q),

(1) Chacune des déductions suivantes est justifiée par l'application d'une des règles précédentes (et d'une seule), dites laquelle.

(a) $((A\,\mathbf{ET}\,B) \to C) \models (A\,\mathbf{ET}\,B) \to [(A\,\mathbf{ET}\,B)\,\mathbf{ET}\,C]$
(b) $(\mathbf{NON}(B\,\mathbf{ET}\,C) \to (D\,\mathbf{OU}\,E)\,,\,\mathbf{NON}(B\,\mathbf{ET}\,C)) \models (D\,\mathbf{OU}\,E)$.

(2) Décomposer les déductions complexes suivantes en un nombre de déductions élémentaires d'un des types indiqués ci-dessus.

(a) $((A\,\mathbf{ET}\,B)\,,(A\,\mathbf{OU}\,C) \to D) \models A\,\mathbf{ET}\,D$.
(b) $(W \to X\,,(W \to Y) \to (Z\,\mathbf{OU}\,X)\,,(W\,\mathbf{ET}\,X) \to Y\,,\,\mathbf{NON}\,Z) \models X$.

(3) Décomposer la seconde déduction ci-dessus mais en utilisant cette fois un *Reductio ad Absurdum*.
