EXAMEN DE LOGIQUE
SEPTEMBRE 2005

COURS 09PHI20 / J.-P. CALVI

Les exercices sont indépendants. Aucun document n'est autorisé. Si un étudiant pense trouver une erreur dans l'énoncé, il le signale sur sa copie - éventuellement la corrige - et continue l'épreuve.

I
Questions de cours

(1) Les opérateurs NON, ET, OU. Expliquer et justifier l'affirmation suivante : il est théoriquement possible de se passer de l'opérateur **ET** pour ne conserver que les opérateurs **NON** et **OU**.
(2) Modus ponens, modus tollens : définitions et exemples.
(3) Quantificateur universel et quantificateur existentiel : définitions et exemples.

II

(1) Symboliser les phrases suivantes : "*Tous les enseignants ne réussissent pas*" puis "*Aucun enseignant ne réussit*" en utilisant x pour désigner un enseignant quelconque, Ax pour 'x réussit'. Justifier votre réponse.
(2) En introduisant deux symboles supplémentaires, symboliser la phrase : " *Les enseignants tyranniques et prétentieux ne réussissent pas*". Donner une simplification de la *négation* de la formule trouvée .
(3) Trouver une phrase du langage ordinaire dont la symbolisation serait :

$$(\forall x)(\textbf{NON}\, Cx\, \textbf{OU}\, \textbf{NON}\, Dx).$$

III

On considère la formule ϕ définie par

$$\phi : \big((p \implies (q \implies r)) \iff ((p \wedge q) \implies r\big).$$

(1) Il y a une erreur de parenthése dans la formule ci-dessus. L'expliquer et la corriger.
(2) Donner la table de vérité de $(p \implies (q \implies r))$.
(3) Donner la table de vérité de $((p \wedge q) \implies r)$
(4) La formule ϕ est-elle une tautologie?
(5) Remplissez (en justifiant votre réponse) les $\boxed{?}$ ci-dessous en sorte que la formule ψ obtenue soit équivalente à $((p \wedge q) \implies r)$

$$\psi = \Big(\boxed{?} \vee \neg \boxed{?}\Big) \wedge \Big(\boxed{?} \vee \neg \boxed{?}\Big) .$$

Licence de Philosophie (2-ième année), *Université de Toulouse Le Mirail (Toulouse II)*. Année scolaire 2004-2005.

IV

Montrer, par la méthode de son choix, la validité de la déduction suivante

$$((p \implies q), (r \implies s), (p \vee r)) \models (q \vee s).$$

V

Dans cette partie, on considère les 9 déductions élémentaires (valides) suivantes

(1) *modus ponens*,
(2) *modus tollens*,
(3) *transitivité des conditionnelles*,
(4) *Absorption* (lorsque on a $p \to q$ on peut déduire $p \to (p\,\mathbf{ET}\,q)$),
(5) *simplification* (de $p\,\mathbf{ET}\,q$ on peut déduire p),
(6) *addition* (si on a p on peut déduire $p\,\mathbf{OU}\,q$),
(7) *conjonction* (si on p et q on peut déduire $p\,\mathbf{ET}\,q$),
(8) *syllogisme disjonctif* (si on a $p\,\mathbf{OU}\,q$ et $\mathbf{NON}\,p$ on peut déduire q),
(9) *Dilemne constructif* (si on a à la fois $p \to q$, $r \to s$ et $p\,\mathbf{OU}\,r$ alors on peut déduire $q\,\mathbf{OU}\,s$.

---

(1) Chacune des déductions suivantes est justifiée par l'application d'une des règles précédentes (et d'une seule), dites laquelle.

(a) $(A \to B) \models ((A \to B)\,\mathbf{OU}(A \to \mathbf{NON}\,B))$
(b) $((A \to B) \to (C\,\mathbf{OU}\,D), (A \to B)) \models (C\,\mathbf{OU}\,D)$

(2) Décomposer les déductions complexes suivantes en un nombre de déductions élémentaires d'un des types indiqués ci-dessus.

(a) $((A \to B), ((A\,\mathbf{ET}\,B) \to C)) \models (A \to C)$
(b) $((A \to B), (B \to C), \mathbf{NON}\,C) \models (\mathbf{NON}\,B\,\mathbf{ET}\,\mathbf{NON}\,A)$
(c) $((A \to B), (B \to C), (D \to E), (A\,\mathbf{OU}\,D)) \models C\,\mathbf{OU}\,E$.

(3) Décomposer la dernière déduction ci-dessus mais en utilisant cette fois un *Reductio ad Absurdum*.